EPL - SESSION 1999
ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4] [5,6] [7,8,9,10] [11,12,13,14] [15,16,17,18] [19,20,21,22,23] [24,25,26,27,28,29,30]

1. Le circuit représenté sur la figure 1 est alimenté par une source de tension continue de f.é.m. E et de résistance interne négligeable devant R.
On ferme l'interrupteur K à l'instant t = 0. Établir l'expression de l'intensité i du courant dans le circuit en fonction de t.

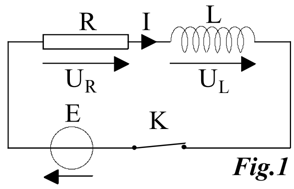

Fig.1

a) $i(t)=\frac{E}{2R}\left(1-\exp\left(-\frac{t}{RL}\right)\right)$

b) $i(t)=\frac{E}{R}\left(1+\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right)$

c) $i(t)=\frac{E}{R}\left(1-\exp\left(-\frac{L}{R}t\right)\right)$

d) $i(t)=\frac{E}{R}\left(1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right)$

2. Le même générateur alimente le circuit représenté sur la figure 2.

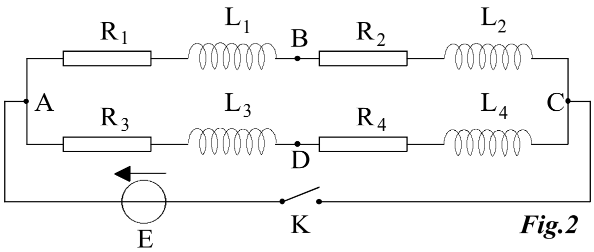

Fig.2

Déterminer la relation entre L_1, L_2, R_1 et R_2 pour que la différence de potentiel U_{AB} entre les points A et B soit indépendante du temps.

a) $L_1R_1=(L_1+L_2)(R_1-R_2)$

b) $L_2R_2=(L_1+L_2)(R_2-R_1)$

c) $\frac{L_1}{L_2}=\frac{R_1}{R_2}$

d) $L_1R_1=L_2R_2$

3. La relation établie à la question précédente étant vérifiée, calculer l'énergie W_{AB} consommée dans le tronçon de circuit AB pendant l'intervalle de temps [0,t] en fonction de la variable $\frac{R_1}{L_1}t$.

a) $W_{AB}=\frac{E^2L_1}{(R_1+R_2)^2}\left[\frac{R_1}{L_1}t-\left(1-\exp\left(\frac{R_1}{L_1}t\right)\right)\right]$

b) $W_{AB}=\frac{E^2R_1}{(R_1+R_2)^2}\left[\frac{R_1}{L_1}t+1-\exp\left(\frac{R_1}{L_1}t\right)\right]$

c) $W_{AB}=\frac{E^2L_1}{(L_1+L_2)^2}\left[\frac{R_1}{L_1}t+1+\exp\left(\frac{R_1}{L_1}t\right)\right]$

d) $W_{AB}=\frac{E^2L_1}{2(R_1+R_2)^2}\left[-\frac{R_1}{L_1}t+1-\exp\left(\frac{R_1}{L_1}t\right)\right]$

4. La relation établie à la question 2 étant toujours vérifiée, déterminer les relations entre L_1, L_2, L_3, L_4, R_1, R_2, R_3, R_4 pour que la différence de potentiel U_{BD} entre les points B et D soit constamment nulle.

a) $L_1R_1=L_2R_2=L_3R_3=L_4R_4$

b) $(L_3+L_4)R_1=(L_1+L_4)R_2=(L_1+L_2)R_3=(L_3+L_2)R_4$

c) $\frac{L_1}{L_2}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{L_3}{L_4}=\frac{R_3}{R_4}$

d) $\dfrac{R_1}{L_3+L_4}=\dfrac{R_2}{L_1+L_4}=\dfrac{R_3}{L_1+L_2}=\dfrac{R_4}{L_2+L_3}$

5. Le dipôle de bornes A et B représenté sur la figure 3 est alimenté par deux générateurs idéaux de courant délivrant le même courant électromoteur d'intensité I_0.

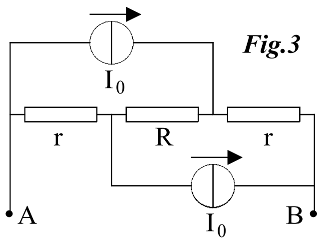

Fig.3

Déterminer la résistance R_N du générateur de Norton équivalent au dipôle.

a) $R_N = r + R$ b) $R_N = 2r$ c) $R_N = 2r + R$ d) $R_N = \dfrac{rR}{r+R}$

6. Déterminer l'intensité I_N du courant électromoteur du générateur de Norton équivalent au dipôle de la figure 3, orienté de B vers A.

a) $I_N = 2I_0$ b) $I_N = \dfrac{2(r+R)}{2r+R}I_0$ c) $I_N = \dfrac{2r}{2r+R}I_0$ d) $I_N = \dfrac{R}{r+2R}I_0$

7. A l'aide d'un fil métallique homogène de section constante, on réalise un circuit constitué de deux conducteurs (figure 4) :

♦ l'un a la forme d'un cercle de centre O ;

♦ l'autre est un diamètre AB du cercle.

Le conducteur diamétral possède une résistance 2r. Dans toute la suite, on conservera le nombre π dans les expressions des différents courants et résistances à calculer.

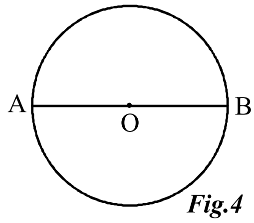

Fig.4

Calculer la résistance équivalente entre A et B.

a) $R_{AB} = \dfrac{\pi}{\pi+2}r$ b) $R_{AB} = \dfrac{1}{2\pi+3}r$ c) $R_{AB} = \dfrac{4\pi}{3}r$ d) $R_{AB} = \dfrac{2\pi}{\pi+4}r$

8. On ajoute sur le conducteur circulaire AB, comme l'indique la figure 5, un générateur de tension continue de f.é.m. E et de résistance interne négligeable devant celle du conducteur. Calculer l'intensité I_{AB} du courant qui circule dans le conducteur diamétral AB.

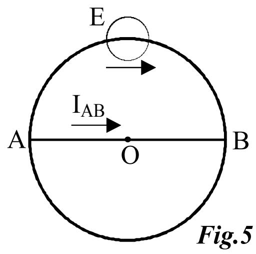

Fig.5

a) $I_{AB} = \dfrac{\pi}{2\pi+3}\dfrac{E}{r}$ b) $I_{AB} = \dfrac{1}{\pi+4}\dfrac{E}{r}$

c) $I_{AB} = \dfrac{8\pi}{3}\dfrac{E}{r}$ d) $I_{AB} = \dfrac{4}{\pi+2}\dfrac{E}{r}$

9. On ajoute au circuit de la figure 4 :

♦ un autre conducteur diamétral CD perpendiculaire à AB et relié à lui en O, fait du même fil métallique ;

♦ deux générateurs de tension continue de f.é.m. E et de résistance interne négligeable, montés en opposition (figure 6).

Le dispositif est symétrique ; en particulier, les deux générateurs sont traversés par le même courant d'intensité I.

Calculer les intensités $I_{AD} = I$ et I_{DB} qui circulent respectivement dans les arcs $\overset{\frown}{AD}$ et $\overset{\frown}{DB}$.

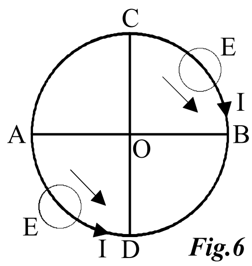

Fig.6

a) $I_{AD} = \dfrac{2}{\pi+4}\dfrac{E}{r}$ b) $I_{AD} = \dfrac{2}{\pi+2}\dfrac{E}{r}$

c) $I_{DB} = 0$ d) $I_{DB} = \dfrac{\pi}{2}\dfrac{E}{r}$

10. On ajoute cette fois-ci quatre générateurs identiques et non plus deux (figure 7).
Calculer les intensités des courants I_{AD} et I_{DO}.

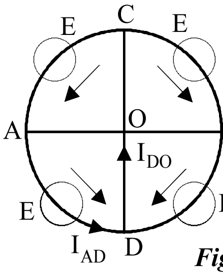

Fig.7

a) $I_{AD} = \frac{2}{\pi+4}\frac{E}{r}$ b) $I_{AD} = \frac{2}{\pi+2}\frac{E}{r}$

c) $I_{DO} = \frac{2}{\pi+2}\frac{E}{r}$ d) $I_{DO} = \frac{4}{\pi+4}\frac{E}{r}$

11. Une sphère de rayon b porte une charge électrique positive Q répartie uniformément sur sa surface. En s'aidant du théorème de Gauss, calculer le potentiel V créé par la charge Q à l'intérieur de la sphère. L'origine des potentiels est prise à l'infini.

a) $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2b}$ b) $V = 0$

c) $V = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{b}$ d) $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{b}$

12. Deux sphères identiques du type précédent portent chacune la charge positive Q répartie uniformément sur leurs surfaces. Leurs centres A et B distants de 2a (a > b) sont disposés sur l'axe Oy symétriquement par rapport à l'origine O (figure 8).
Une troisième charge −2Q qui peut être considérée comme ponctuelle se trouve au point O.
Déterminer l'expression du vecteur champ électrostatique **E**(P) créé par les trois charges (Q, Q et −2Q) au point P de l'axe Ox d'abscisse x positive (figure 8).

a) $\mathbf{E}(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(2a^2+x^2\right)^{3/2}}\mathbf{u}_x$

b) $\mathbf{E}(P) = \frac{2Qx}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} - \frac{1}{x^3}\right]\mathbf{u}_x$

c) $\mathbf{E}(P) = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{x^3}\right]\mathbf{u}_y$

d) $\mathbf{E}(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(2a^2+x^2\right)} - \frac{2}{x^2}\right]\mathbf{u}_y$

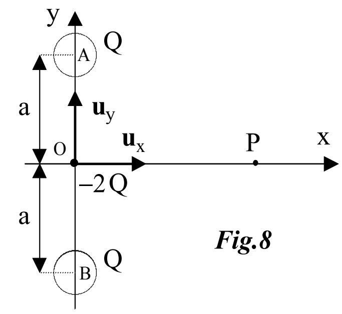

Fig.8

13. Quatre sphères identiques du type précédent portant la même charge positive Q sont placées aux sommets O_1, O_2, O_3 et O_4 d'un carré de côté 2a (a > b) (figure 9).
Déterminer l'expression du vecteur champ électrostatique **E'**(P) créé par les quatre charges au point P, de l'axe Oz du carré, d'abscisse z.

a) $\mathbf{E'}(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4}{\left(a^2+z^2\right)}\mathbf{u}_z$

b) $\mathbf{E'}(P) = \mathbf{0}$

c) $\mathbf{E'}(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4z}{\left(2a^2+z^2\right)^{3/2}}\mathbf{u}_z$

d) $\mathbf{E'}(P) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2z}{\left(2a^2+z^2\right)^{3/2}}\mathbf{u}_z$

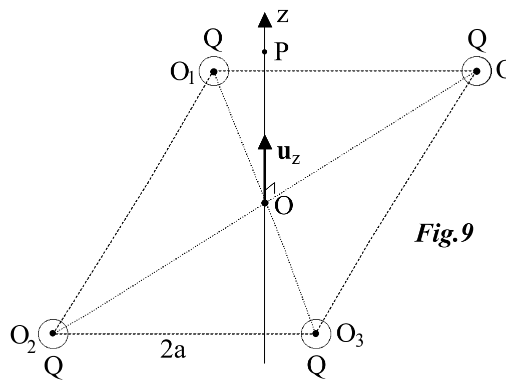

Fig.9

14. Deux sphères identiques du type précédent centrées en O_1 et O_3 portent la charge positive Q ; deux autres sphères analogues centrées en O_2 et O_4 portent la charge négative –Q. Les points O_1, O_2, O_3 et O_4 sont les sommets d'un carré de côté 2a (a > b) (figure 10).
Déterminer l'expression du vecteur champ électrostatique $\mathbf{E}''$(P) créé par les quatre charges au point P, de l'axe Oz du carré, d'abscisse z.

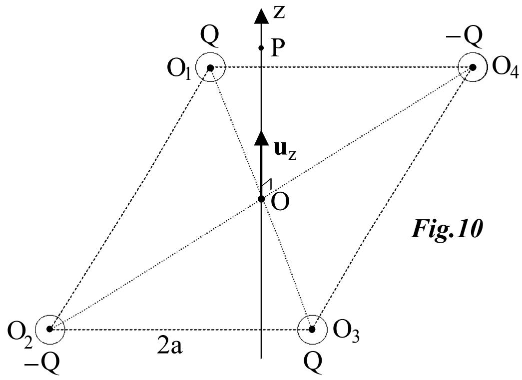

Fig.10

a) $\mathbf{E}''(P) = -\dfrac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\left(a^2+z^2\right)}\mathbf{u}_z$

b) $\mathbf{E}''(P) = \mathbf{0}$

c) $\mathbf{E}''(P) = \dfrac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{z}{\left(2a^2+z^2\right)^{3/2}}\mathbf{u}_z$

d) $\mathbf{E}''(P) = -\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{4}{\left(2a^2+z^2\right)}\mathbf{u}_z$

15. Un fil rectiligne de longueur "infinie" et de section négligeable est disposé selon l'axe Oz du repère (figure 11). Il est parcouru par un courant continu d'intensité I qui circule dans le sens des z positifs.
Déterminer le vecteur champ magnétique $\mathbf{B}$(P) créé au point P du plan xOy repéré par ses coordonnées polaire r et θ ; $\mathbf{u}_r$ et $\mathbf{u}_\theta$ sont les vecteurs de la base polaire de P.

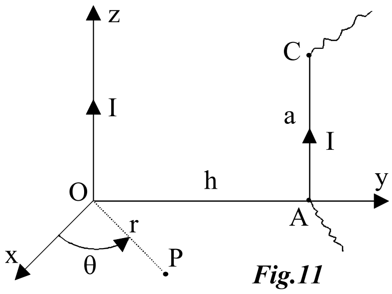

Fig.11

a) $\mathbf{B}(P) = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I}{r}\mathbf{u}_r$ b) $\mathbf{B}(P) = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I}{r}\mathbf{u}_\theta$

c) $\mathbf{B}(P) = \dfrac{2\mu_0}{\pi}\dfrac{I}{r}\mathbf{u}_r$ d) $\mathbf{B}(P) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I}{r}\mathbf{u}_\theta$

16. Un second fil rectiligne de longueur a et de section négligeable est disposé dans le plan yOz selon le segment AC parallèle à Oz, à la distance h de cet axe, A appartenant à l'axe Oy. Il est parcouru de A vers C par un courant continu d'intensité I (figure 11).
Déterminer la résultante $\mathbf{F}$ des forces de Laplace qui s'exercent sur le fil AC.

a) $\mathbf{F} = -\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}\dfrac{a}{\sqrt{a^2+h^2}}\mathbf{u}_x$ b) $\mathbf{F} = \dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi}\dfrac{a^2}{h^2}\mathbf{u}_y$

c) $\mathbf{F} = \dfrac{2\mu_0 I^2}{\pi}\dfrac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}\mathbf{u}_y$ d) $\mathbf{F} = -\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}\dfrac{a}{h}\mathbf{u}_y$

17. Déterminer le moment $\mathbf{M}$(O) en O des forces de Laplace qui s'exercent sur le fil AC.

a) $\mathbf{M}(O) = \dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi}\dfrac{a^2}{h}\mathbf{u}_x$ b) $\mathbf{M}(O) = \dfrac{2\mu_0 I^2}{\pi}\dfrac{h^2}{\sqrt{a^2+h^2}}\mathbf{u}_z$

c) $\mathbf{M}(O) = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+h^2}}\mathbf{u}_x$ d) $\mathbf{M}(O) = \dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi}\dfrac{a^3}{h^2}\mathbf{u}_z$

18. Déterminer dans ces conditions la distance b qui sépare le point A du point K de AC, point où la force unique $\mathbf{F}$ peut être considérée comme appliquée à AC.

a) $b = \dfrac{a+h}{2}$ b) $b = \dfrac{a}{2}$ c) $b = \dfrac{a+2h}{4}$ d) $b = \dfrac{a}{3}$

19. Deux lentilles convergentes $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, dont les axes coïncident, ont pour caractéristiques respectives : centres O_1 et O_2 , foyers objets F_1 et F_2, foyers images F'_1 et F'_2, distances focales images f'_1 et f'_2.

Elles sont à une distance telle que $\overline{F'_1 F_2} = e$.

Un objet AB perpendiculaire à l'axe commun est disposé de telle sorte que $p = \overline{O_1 A}$. Son image A'B' à travers les deux lentilles est telle que $p' = \overline{O_2 A'}$.

Déterminer l'expression de p' en fonction de p.

a) $p' = f'_2 \dfrac{f'_1\, f'_2 + (e+f'_2)\, p}{(f'_1+f'_2+e)^2}$ b) $p' = f'_1 \dfrac{(f'_1+f'_2+p)\, e}{f'^2_2+ep}$

c) $p' = f'_2 \dfrac{f'^2_1+(e+f'_2)(p+f'_1)}{f'^2_1+e(p+f'_1)}$ d) $p' = f'_1 \dfrac{f'^2_1-(e+f'_1)(p+f'_2)}{f'^2_2-e(p+f'_2)}$

20. Indiquer la valeur de p' lorsque l'objet AB se trouve dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_1$.

a) $p' = f'_2$ b) p' infini c) $p' = f'_1 + e$ d) $p' = f'_2 \left(1+\dfrac{f'_2}{e}\right)$

21. Calculer en fonction de p le grandissement transversal γ.

a) $\gamma = \dfrac{f'_1}{f'_2+p}$ b) $\gamma = \dfrac{f'_1\, f'_2}{f'^2_1+e(p+f'_1)}$

c) $\gamma = -\dfrac{e\, f'_1}{f'^2_2+e\,p}$ d) $\gamma = \dfrac{f'_2\, e}{f'^2_1+e(p+f'_2)}$

22. On choisit comme distance entre les deux lentilles $d = f'_1 + f'_2$ (*système afocal*). Déterminer dans ce cas p' et γ.

a) $p' = f'_2 \left[1+\dfrac{f'_2}{f'^2_1}(p+f'_1)\right]$ b) $p' = f'_1 \left[1+\dfrac{f'_2}{f'^2_1}(p+f'_2)\right]$

c) $\gamma = -\dfrac{f'_1\, f'_2}{(f'_1+f'_2)^2}$ d) $\gamma = -\dfrac{f'_2}{f'_1}$

23. Application numérique : $f'_1 = 1$ m , $f'_2 = 0{,}5$ m , $d = 1{,}5$ m. Calculer p' et γ lorsque l'objet est à 0,5 m en avant de $\mathcal{L}_1$.

a) $p' = 0{,}5$ m b) $p' = 0{,}625$ m c) $\gamma = -0{,}5$ d) $\gamma = +0{,}5$

24. L'axe Oy du référentiel galiléen $\mathcal{R}$ (Oxyz) est la verticale ascendante ; on appelle **g** l'accélération de la pesanteur supposée uniforme. Un mobile assimilable à un point matériel P de masse m est astreint à se déplacer sans frottement dans le plan xOy à l'intérieur d'un guide parabolique qui a pour équation cartésienne $y = \dfrac{x^2}{2p}$ où p est une constante positive.

A l'instant t = 0, P se trouve au point A d'abscisse p et possède le vecteur vitesse $\mathbf{v}_0$ tangent au guide, situé dans le plan de figure et orienté vers le haut (figure 12).

Outre son poids, le mobile est soumis à la réaction **N** du support, perpendiculaire à son déplacement.

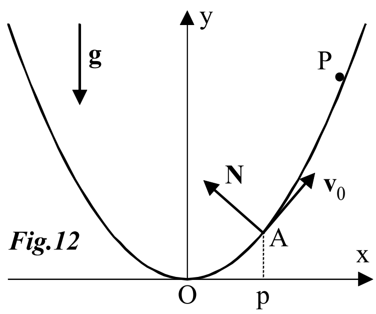

Fig.12

Déterminer l'expression de $\dot{x}^2 \left(\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}\right)$ en fonction de la seule variable x (*il est commode de faire appel à des considérations énergétiques*).

a) $\dot{x}^2 = p\dfrac{p(v_0^2 - gp) + g\,x^2}{p^2 - x^2}$ b) $\dot{x}^2 = p\dfrac{p(v_0^2 + gp) - g\,x^2}{p^2 + x^2}$

c) $\dot{x}^2 = \dfrac{p^2 v_0^2 + gp\,x^2}{p^2 + 2px}$ d) $\dot{x}^2 = \dfrac{p^2 v_0^2 - 2gp\,x^2}{(p+x)^2}$

25. Le plan xOz symbolisant le sol, calculer l'altitude maximale y_1 atteinte par P.

a) $y_1 = p\left(1 + 2\dfrac{v_0^2}{pg}\right)$ b) $y_1 = p\left(1 - \dfrac{v_0^2}{pg}\right)$

c) $y_1 = 2p\left(1 + \dfrac{v_0^2}{2pg}\right)$ d) $y_1 = \dfrac{p}{2}\left(1 + \dfrac{v_0^2}{pg}\right)$

26. Déduire de la question 24 l'expression, en fonction de la seule variable x, de la composante $\ddot{x}$ selon Ox du vecteur accélération de P.

a) $\ddot{x} = -2x\dfrac{v_0^2 - gp}{p^2 - x^2}$ b) $\ddot{x} = -p^2 x\dfrac{v_0^2 + 2gp}{\left(p^2 + x^2\right)^2}$

c) $\ddot{x} = p\dfrac{v_0^2 + gp}{p^2 + x^2}$ d) $\ddot{x} = x^2\dfrac{pv_0^2 + gpx}{\left(p^2 + 2px\right)^2}$

27. Déterminer dans ces conditions l'expression, en fonction de la seule variable x, de la composante $\ddot{y}$ selon Oy du vecteur accélération de P.

a) $\ddot{y} = \dfrac{p^3\left(v_0^2 + gp\right) + g\,p^2x^2 + g\,x^4}{\left(p^2 + x^2\right)^2}$ b) $\ddot{y} = -x\dfrac{p^2\left(v_0^2 - gp\right) + g\,p\left(p^2 - x^2\right)}{\left(p^2 + x^2\right)^2}$

c) $\ddot{y} = \dfrac{p^3\left(v_0^2 + gp\right) - 2g\,p^2x^2 - g\,x^4}{\left(p^2 + x^2\right)^2}$ d) $\ddot{y} = px^2\dfrac{v_0x - g\,p}{\left(p^2 + 2px\right)^2}$

28. Déterminer l'expression, en fonction de la seule variable x, de la composante N_x selon Ox de la réaction **N**.

a) $N_x = \dfrac{mx}{p^2 - x^2}\left(v_0^2 + gp\right)$ b) $N_x = \dfrac{2mx}{\left(p^2 + 2px\right)^2}\left(v_0^2 - gp\right)$

c) $N_x = -\dfrac{2m}{\left(p + x\right)^3}\left(2v_0^2 + gp\right)$ d) $N_x = -mp^2\dfrac{x}{\left(p^2 + x^2\right)^2}\left(v_0^2 + 2gp\right)$

29. Déterminer l'expression, en fonction de la seule variable x, de la composante N_y selon Oy de la réaction **N**.

a) $N_y = \dfrac{mp^3}{\left(p^2 + x^2\right)^2}\left(v_0^2 + 2gp\right)$ b) $N_y = \dfrac{mpx^2}{\left(p^2 - x^2\right)^2}\left(v_0^2 + gp\right)$

c) $N_y = \dfrac{2mp}{\left(p + x\right)^2}\left(2v_0^2 - gp\right)$ d) $N_y = \dfrac{2mpx^2}{\left(p^2 + 2px\right)^2}\left(v_0^2 + 2gp\right)$

30. L'orientation de **N** indique si le mobile peut rester sur son support.

a) **N** est toujours orienté dans la concavité de la parabole.
b) **N** n'est orienté dans la concavité de la parabole que sur une partie de la trajectoire de P.
c) L'orientation de **N** est compatible avec un mouvement de P sur son support.
d) L'orientation de **N** est incompatible avec un mouvement de P sur son support.