EPL - SESSION 2001
ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4,5,6,7,8] [9,10,11,12,13,14] [15,16,17,18,19] [20,21,22,23,24,25] [26,27,28,29,30]

1. Le circuit représenté sur la figure 1 est alimenté par un générateur idéal de tension continue, dont la force électromotrice est E = 20 V. Les bobines, de résistance négligeable, ont la même inductance propre L = 2 mH et les condensateurs la même capacité C = 0,2 μF.
A l'instant t = 0 où l'on applique entre A et B la tension E, les bobines et les condensateurs ne possèdent aucune énergie.

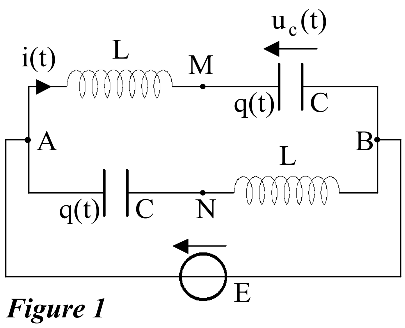


Figure 1

Déterminer la loi de variation de la charge q d'un condensateur en fonction du temps t.

a) $q(t) = 4.10^{-6}\left[1-\exp\left(-2{,}5.10^4\,t\right)\right]$ b) $q(t) = 2.10^{-6}\left[1+\exp\left(-5.10^4\,t\right)\right]$

c) $q(t) = 4.10^{-6}\left[1-\cos\left(5.10^4\,t\right)\right]$ d) $q(t) = 4.10^{-6}\left[1-\frac{1}{2}\cos\left(10^4\,t\right)\right]$

2. En déduire la valeur maximale u_M de la différence de potentiel $u_c(t)$.

a) u_M = 40 V b) u_M = 20 V c) u_M = 15 V d) u_M = 10 V

3. Établir l'expression de la différence de potentiel v(M) – v(N) en fonction du temps.

a) $v(M)-v(N) = 20\left[1-\exp\left(-5.10^4\,t\right)\right]$ b) $v(M)-v(N) = 20\left[1-2\cos\left(5.10^4\,t\right)\right]$

c) $v(M)-v(N) = 10\left[1-\frac{1}{2}\cos\left(10^4\,t\right)\right]$ d) $v(M)-v(N) = 40\left[1+\exp\left(-2{,}5.10^4\,t\right)\right]$

4. En déduire la valeur maximale u'_M de la différence de potentiel v(M) – v(N).

a) u'_M = 15 V b) u'_M = 20 V c) u'_M = 40 V d) u'_M = 60 V

5. Le circuit fonctionne maintenant en régime sinusoïdal ; l'amplitude de la force électromotrice e(t) du générateur idéal de tension est de 20 V. De plus, les bobines sont différentes et il en est de même des condensateurs (figure 2).

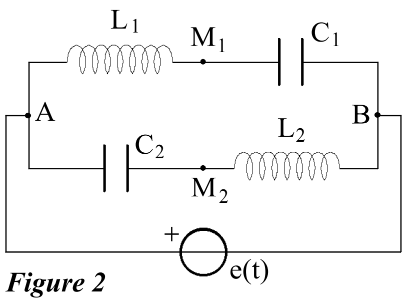


Figure 2

Indiquer si le circuit laisse passer un courant de pulsation ω_1 telle que $L_1C_1\omega_1^2 = 1$.
Répondre à la même question pour la pulsation ω_2 telle que $L_2C_2\omega_2^2 = 1$.
a) Le circuit laisse passer le courant de pulsation ω_1.
b) Le circuit ne laisse pas passer le courant de pulsation ω_1.
c) Le circuit laisse passer le courant de pulsation ω_2.
d) Le circuit ne laisse pas passer le courant de pulsation ω_2.

6. Montrer qu'il existe une pulsation ω_3 pour laquelle le circuit ne laisse pas passer le courant (circuit "bouchon").

a) $\omega_3^2 = \frac{1}{L_1C_1} + \frac{1}{L_2C_2}$ b) $\omega_3^2 = \frac{C_1 + C_2}{C_1C_2\left(L_1 + L_2\right)}$

c) $\omega_3^2 = \frac{L_1}{C_1\left(L_1 + L_2\right)^2} + \frac{L_2}{C_2\left(L_1 + L_2\right)^2}$ d) $\omega_3^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{L_1C_1} + \frac{1}{L_2C_2}\right)$

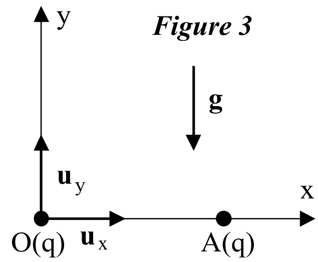
7. Calculer en kilohertz la fréquence N_3 correspondant à la pulsation ω_3 pour $L_1 = 2$ mH , $C_1 = 1$ µF , $L_2 = 1$ mH et $C_2 = 0{,}02$ µF.
La comparer aux fréquences N_1 et N_2 associés respectivement aux pulsations ω_1 et ω_2.

a) $N_3 = 2$ kHz b) $N_3 = 21$ kHz c) $N_3 < N_1 < N_2$ d) $N_3 \in \left[N_1, N_2\right]$

8. Pour $N = N_3$, calculer l'amplitude I exprimée en milliampère de l'intensité du courant qui circule dans les branches AM_1B et AM_2B.

a) I = 79 mA b) I = 19 mA c) I = 2 mA d) I = 0 mA

9. Deux charges électriques ponctuelles identiques q sont placées respectivement à l'origine O et au point A (a > 0,0) du repère plan (O ; $\mathbf{u}_x$,$\mathbf{u}_y$) (figure 3).
Calculer les composantes E_x et E_y du vecteur champ électrostatique $\mathbf{E}$(P) créé au point P du plan, de coordonnées x et y.



a) $E_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} + \frac{x - a}{\left((x-a)^2 + y^2\right)^{3/2}}\right]$

b) $E_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} - \frac{x + a}{\left((x+a)^2 + y^2\right)^{3/2}}\right]$

c) $E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} + \frac{y}{\left((x-a)^2 + y^2\right)^{3/2}}\right]$

d) $E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} - \frac{y}{\left((x+a)^2 + y^2\right)^{3/2}}\right]$

10. Indiquer sur quelle droite Δ du plan , $\mathbf{E}$(P) est parallèle en tout point à l'axe Oy. Donner l'expression correspondante de $\mathbf{E}$(P).

a) Δ : droite x = a/2 b) Δ : droite x = y

c) $\mathbf{E}(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y^2}\mathbf{u}_y$ d) $\mathbf{E}(P) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{y}{\left(y^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}}\mathbf{u}_y$

11. Une charge électrique ponctuelle q' de masse m et de signe contraire à celui de q se déplace sans frottement sur la droite Δ à proximité immédiate de l'axe Ox (|y| << a) sous l'action de la force électrostatique due au champ des deux charges q et de son poids. Oy est la verticale ascendante et $\mathbf{g}$ est l'accélération de la pesanteur supposée uniforme.

On pose $k = -\frac{4}{\pi \varepsilon_0} \frac{qq'}{a^3}$.

Constater qu'il existe une position d'équilibre P_e et calculer l'ordonnée y_e de P_e.

a) $y_e = \frac{mg}{k}$ b) $y_e = -\frac{mg}{3k}$ c) $y_e = -\frac{mg}{k}$ d) $y_e = -\frac{mg}{4k}$

12. Calculer la période T_0 des oscillations qu'effectue la charge q' écartée de sa position d'équilibre.

a) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$ b) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ c) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$ d) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

13. La charge q' est maintenant fixée au point B (0,a). Calculer l'énergie électrostatique U_e de la famille des trois charges q en O, q en A et q' en B. L'origine des potentiels est à l'infini. On rappelle que dans le cas d'une famille de population n :

$$U_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i$$

où V_i est le potentiel créé au point où se trouve la charge q_i par les (n – 1) autres charges de la famille.

a) $U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}\left[q'^2 + 2qq' + q^2\sqrt{2}\right]$ b) $U_e = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}\left[\frac{q'^2}{\sqrt{2}} + 2qq'\right]$

c) $U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}\left[q^2 + qq'\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$ d) $U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a}\left[-q'^2 + \frac{qq'}{\sqrt{2}} + q^2\right]$

14. Donner l'expression de q' en fonction de q pour que l'énergie U_e soit nulle.

a) $q' = -q\sqrt{2}$ b) $q' = -q\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ c) $q' = -q$ d) $q' = -q\left(2\sqrt{2}+1\right)$

15. Un cylindre de révolution autour de l'axe Oz a pour rayon b et une longueur "infinie" (très grande devant b).
Il est parcouru dans la direction et dans le sens de Oz par un courant continu de densité uniforme de courant **J**.
Déterminer le vecteur champ magnétique **B**(P) créé par ce courant en un point P extérieur au cylindre, situé à la distance ρ de Oz. $\mathbf{u}_\rho$ et $\mathbf{u}_\theta$ désignent les vecteurs de la base polaire de P (figure 4).

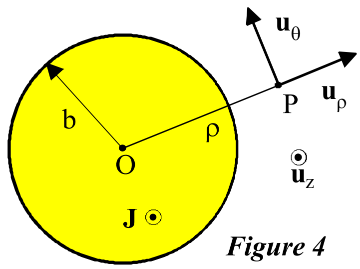


Figure 4

a) $\mathbf{B}(P) = \mu_0 J \rho \mathbf{u}_\theta$ b) $\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\frac{b^2}{\rho}\mathbf{u}_\theta$

c) $\mathbf{B}(P) = \mu_0 J \frac{\rho^2}{2b}\mathbf{u}_\theta$ d) $\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\frac{b^2 - \rho^2}{\rho}\mathbf{u}_\rho$

16. Même question lorsque P est à l'intérieur du cylindre.

a) $\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0 J}{2} b\,\mathbf{u}_\theta$ b) $\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\rho\,\mathbf{u}_\theta$

c) $\mathbf{B}(P) = \mu_0 J \frac{b^2}{\rho}\mathbf{u}_\rho$ d) $\mathbf{B}(P) = \mu_0 J \frac{\rho^2}{b}\mathbf{u}_\rho$

17. Donner une expression vectorielle intrinsèque du vecteur champ calculé dans la question précédente.

a) $\mathbf{B}(P) = -\mu_0(\mathbf{J} \wedge \mathbf{OP})$ b) $\mathbf{B}(P) = \mu_0 J\,\mathbf{OP}$

c) $\mathbf{B}(P) = 2\mu_0\,(OP)\mathbf{J}$ d) $\mathbf{B}(P) = \frac{1}{2}\mu_0(\mathbf{J} \wedge \mathbf{OP})$

18. Un cylindre de "longueur infinie" et de révolution autour de l'axe Oz est creux ; la partie pleine est comprise entre les rayons b_1 et b_2 ($b_1 > b_2$). Elle est parcourue dans la direction et dans le sens de Oz par un courant continu de densité uniforme **J** (figure 5).

Déterminer les vecteurs champ magnétique $\mathbf{B}_1(P)$ et $\mathbf{B}_2(P)$ au point P à la distance ρ de O, lorsqu'on a respectivement $\rho \in [b_1, b_2]$ et $\rho < b_2$.

a) $\mathbf{B}_1(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\left(b_1^2 - b_2^2\right)\frac{1}{\rho}\mathbf{u}_\rho$

b) $\mathbf{B}_1(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\left(\rho - \frac{b_2^2}{\rho}\right)\mathbf{u}_\theta$

c) $\mathbf{B}_2(P) = \mathbf{0}$

d) $\mathbf{B}_2(P) = \frac{\mu_0 J}{2}\left(b_1^2 - b_2^2\right)\frac{1}{\rho}\mathbf{u}_\theta$

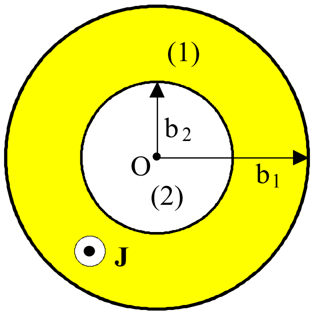


Figure 5

19. Un cylindre de "longueur infinie" et de révolution autour de l'axe O_1z a pour rayon b_1. On creuse dans le cylindre un autre cylindre de "longueur infinie" et de révolution autour de l'axe O_2z parallèle à O_1z et de même sens ; son rayon est b_2 ($b_2 < b_1$). On désigne par 2a la distance O_1O_2 (figure 6).
Dans la partie pleine circule dans la direction et le sens de O_1z un courant continu de densité uniforme **J**.
Après avoir constaté qu'à l'intérieur de la cavité le champ magnétique **B'** est uniforme, indiquer la direction et la norme de **B'**.

a) axe O_1y

b) axe O_1x

c) $\|\mathbf{B}'\| = 2\mu_0 J a$

d) $\|\mathbf{B}'\| = \mu_0 J a$

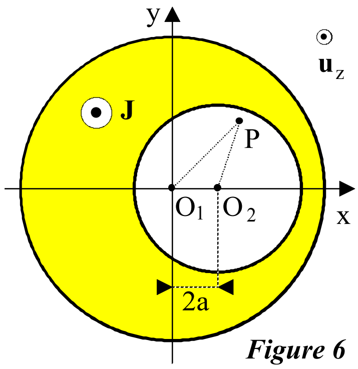


Figure 6

20. Une lentille mince convergente L a pour centre O, pour foyer objet F et pour foyer image F' ; sa distance focale image est f' > 0. Un miroir plan M centré en S sur l'axe Oz de la lentille, est disposé parallèlement à celle-ci à la distance d = 2f' (figure 7).
Toutes les abscisses des points de l'axe seront comptées positivement dans le sens de l'axe Oz (sens de la lumière incidente).

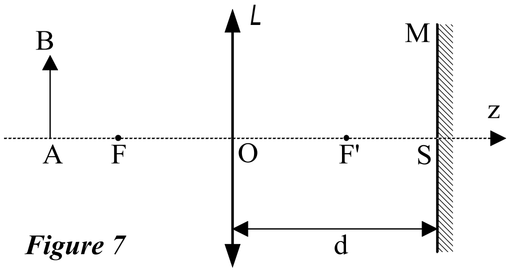


Figure 7

Un objet AB perpendiculaire à l'axe Oz est disposé de telle sorte que $p = \overline{OA}$. Soit A_1B_1 son image après traversée de L et réflexion sur M. Calculer $\overline{OA_1}$ en fonction de p.

a) $\overline{OA_1} = \frac{(3p+4f')f'}{p+f'}$

b) $\overline{OA_1} = \frac{(3p-2f')f'}{p-f'}$

c) $\overline{OA_1} = \frac{(4f'-p)f'}{p+3f'}$

d) $\overline{OA_1} = \frac{(p-f')f'}{p+f'}$

21. Soit A_2B_2 l'image définitive de AB après retraversée de la lentille L. Calculer $\overline{OA_2}$ en fonction de p.

a) $\overline{OA_2} = \frac{pf'(-3p+f')}{p^2+4pf'-3f'^2}$

b) $\overline{OA_2} = -\frac{f'(3p+4f')}{2p+3f'}$

c) $\overline{OA_2} = \dfrac{f'^2(-p+f')}{p^2 - 4pf' + f'^2}$ d) $\overline{OA_2} = \dfrac{f'^2(2p+f')}{-p^2 + 5pf' + f'^2}$

22. Trouver la condition à laquelle satisfait p lorsqu'il correspond à deux points de l'axe, dits points de Bravais, pour lesquels l'image A_2B_2 est dans le même plan que l'objet AB.

a) $3p^2 + 4pf' - f'^2 = 0$ b) $3p^2 - pf' + f'^2 = 0$

c) $2p^2 + 2pf' + f'^2 = 0$ d) $p^2 + 3pf' + 2f'^2 = 0$

23. En déduire les valeurs numériques p_1 et p_2 ($p_1 < p_2$) de p qui satisfont à cette condition sachant que f' = 10 cm.

a) $p_1 = -30$ cm b) $p_1 = -20$ cm c) $p_2 = -20$ cm d) $p_2 = -10$ cm

24. Déterminer en fonction de p, dans le cas d'une position quelconque de l'objet AB, le grandissement transversal γ du système.

a) $\gamma = \dfrac{4f'^2}{p^2 - 4pf' + f'^2}$ b) $\gamma = \dfrac{f'}{3p + 8f'}$

c) $\gamma = \dfrac{-f'}{2p + 3f'}$ d) $\gamma = \dfrac{4f'^2}{p^2 + 4pf' + 8f'^2}$

25. Calculer les valeurs numériques γ_1 et γ_2 du grandissement transversal γ correspondant respectivement aux abscisses p_1 et p_2 des points de Bravais.

a) $\gamma_1 = +1$ b) $\gamma_1 = -2$ c) $\gamma_2 = -1$ d) $\gamma_2 = 0{,}5$

26. Par rapport au référentiel $\mathcal{R}(O\,;\,\mathbf{u}_x,\mathbf{u}_y,\mathbf{u}_z)$, un mobile "ponctuel" P a pour coordonnées à la date t :

$$x = b\sin(kt) \quad y = b\sin\left(kt + \frac{\pi}{3}\right) \quad z = b\sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)$$

où k et b sont des constantes positives.
Établir l'équation du plan passant par l'origine O des coordonnées et contenant la trajectoire de P.

a) $x + 2y - 2z = 0$ b) $x + y - z = 0$ c) $x - y + z = 0$ d) $2x + y + z = 0$

27. Déterminer le rayon A de la surface de la sphère de centre O sur laquelle est inscrite la trajectoire de P.

a) $A = b\sqrt{6}$ b) $A = b\sqrt{3}$ c) $A = b\sqrt{2}$ d) $A = b\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

28. Calculer la norme v du vecteur vitesse de P.

a) $v = 2kb$ b) $v = kb\left|\sin\left(\dfrac{kt}{2}\right)\right|$ c) $v = k\dfrac{b}{2}\left|\cos\left(\dfrac{kt}{2}\right)\right|$ d) $v = kb\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

29. Calculer le temps T mis par P pour décrire complètement une fois sa trajectoire.

a) $T = \dfrac{2\pi}{k}$ b) $T = \dfrac{\pi\sqrt{6}}{k}$ c) $T = \dfrac{\pi}{2k}$ d) $T = \dfrac{3\pi}{k\sqrt{2}}$

30. Indiquer dans ces conditions le type de mouvement qu'effectue P.

a) circulaire sinusoïdal b) circulaire uniforme

c) elliptique uniforme d) elliptique sinusoïdal