

# ICNA - SESSION 2001

## ÉPREUVE OPTIONNELLE DE PHYSIQUE

### CORRIGÉ

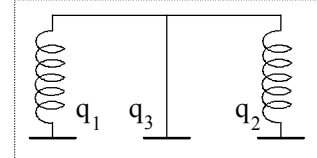
#### Oscillateurs électriques couplés.

1. Le conducteur ci-contre est galvaniquement isolé donc sa charge se conserve au cours du temps :

$$q_1(t) + q_2(t) + q_3(t) = Q_{03}$$

Par ailleurs la loi des mailles nous conduit à écrire :

$$0 = \frac{q_1(t)}{C} + L \frac{di_1(t)}{dt} - \frac{q_3(t)}{C_0} \quad , \quad 0 = \frac{q_2(t)}{C} + L \frac{di_2(t)}{dt} - \frac{q_3(t)}{C_0}$$



Compte tenu que  $i_k(t) = \frac{dq_k(t)}{dt}$  ( $k = 1, 2$ ) il vient :

$$\left| L \frac{d^2 q_1(t)}{dt^2} + \left( \frac{C+C_0}{CC_0} \right) q_1(t) + \frac{q_2(t)}{C_0} = \frac{Q_{03}}{C_0} \quad , \quad L \frac{d^2 q_2(t)}{dt^2} + \left( \frac{C+C_0}{CC_0} \right) q_2(t) + \frac{q_1(t)}{C_0} = \frac{Q_{03}}{C_0} \right.$$

**Remarque.** Analogie avec deux oscillateurs mécaniques ( $m, K$ ) couplés par un ressort de raideur  $K_0$ .

2. Ce système de deux oscillateurs étant symétrique on peut introduire les coordonnées normales  $Q_+(t) = \frac{q_1(t) + q_2(t)}{2}$  et  $Q_-(t) = \frac{q_1(t) - q_2(t)}{2}$  ce qui nous conduit à :

$$\frac{d^2 Q_+(t)}{dt^2} + \left( \frac{2C+C_0}{LCC_0} \right) Q_+(t) = \frac{Q_{03}}{LC_0} \quad , \quad \frac{d^2 Q_-(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q_-(t) = 0$$

Ces équations différentielles admettent des solutions harmoniques dont les pulsations :

$$\left| \Omega_1 = \sqrt{\frac{2C+C_0}{LCC_0}} \quad , \quad \Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right.$$

correspondent aux pulsations propres du système couplé.

3. Les solutions générales des équations différentielles précédentes sont de la forme :

$$Q_+(t) = Q_1 \cos(\Omega_1 t) + Q'_1 \sin(\Omega_1 t) + \frac{CQ_{03}}{2C+C_0} \quad , \quad Q_-(t) = Q_2 \cos(\Omega_2 t) + Q'_2 \sin(\Omega_2 t)$$

On détermine les constantes  $Q_k, Q'_k$  ( $k = 1, 2$ ) à l'aide des conditions initiales. La continuité de la charge électrique dans un condensateur et de l'intensité du courant dans une bobine impose, à  $t = 0^+$  :

$$Q_+(0^+) = Q_-(0^+) = 0 \Rightarrow Q_1 = -\frac{CQ_{03}}{2C+C_0} \text{ et } Q_2 = 0 \quad , \quad \dot{Q}_+(0^+) = \dot{Q}_-(0^+) = 0 \Rightarrow Q'_1 = Q'_2 = 0$$

Il en résulte que :

$$Q_+(t) = \frac{CQ_{03}}{2C+C_0} (1 - \cos(\Omega_1 t)) \quad , \quad Q_-(t) = 0$$

On observe donc que  $q_1(t) = q_2(t) = Q_+(t)$ . Ainsi :

$$\left| q_1(t) = \frac{CQ_{03}}{2C+C_0} (1 - \cos(\Omega_1 t)) \right.$$

4. Et évidemment :

$$\left| q_2(t) = \frac{CQ_{03}}{2C+C_0} (1 - \cos(\Omega_1 t)) \right.$$

5. Pour le mode propre de pulsation  $\Omega_1$  tout se passe comme si on avait deux circuits série identiques indépendants comprenant chacun en série  $L$ ,  $C$  et  $C_0/2$ . Afin d'exciter ce mode on peut prendre, pour les charges des condensateurs, les conditions initiales :

$$\boxed{Q_{01} = Q_0, Q_{02} = Q_0, Q_{03} = 0 \text{ ou } Q_{01} = 0, Q_{02} = Q_0, Q_{03} = Q_0}$$

6. Pour le mode propre de pulsation  $\Omega_2$  le condensateur de couplage est sans effet, tout se passe comme si on avait un circuit série d'inductance  $2L$  et de capacité  $C/2$ . Afin d'exciter ce mode on peut prendre, pour les charges des condensateurs, les conditions initiales :

$$\boxed{Q_{01} = Q_0, Q_{02} = -Q_0, Q_{03} = 0}$$

### Électrocinétique : régime sinusoïdal.

7. On est en présence d'un pont **PQ parallèle** ou **pont de Maxwell**. On montre aisément que la condition d'équilibre s'écrit :  $\underline{Z}_s \underline{Z}_p = P.Q$ , avec  $\underline{Z}_s = r + jL\omega$  et  $\underline{Z}_p = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega}$ . On en déduit :

$$\boxed{L = PQC = 41,6\text{mH}}$$

8. D'autre part :

$$\boxed{r = \frac{PQ}{R} = 8,7\Omega}$$

9. Dans le premier cas ( $M > 0$ ) on a  $L_e = L_1 + L_2 + 2|M|$  et dans le second ( $M < 0$ )  $L'_e = L_1 + L_2 - 2|M|$ . On en déduit la valeur absolue de l'inductance mutuelle :

$$\boxed{|M| = \frac{1}{4}(L_e - L'_e) = 1,6\text{mH}}$$

10. Lorsque les bobines sont connectées en parallèle, sans modification de leur position relative pour conserver la même valeur absolue de  $M$ , on a :

$$\underline{u}_{ab} = j\omega(L_1 \underline{i}_1 + M \underline{i}_2) = j\omega(L_2 \underline{i}_2 + M \underline{i}_1) = j\omega L''_e (\underline{i}_1 + \underline{i}_2) = j\omega L''_e \underline{i}$$

Il en résulte que :

$$(L''_e - M) \underline{i}_1 = (L_1 - M) \underline{i}_1 = (L_2 - M) \underline{i}_2$$

d'où on tire :

$$\boxed{L''_e = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}}$$

11. On est dans le cas où  $M > 0$ . Numériquement on obtient :

$$L_1 + L_2 = L_e - M = 17,6\text{mH} = S, \quad L_1 L_2 = M^2 + L''_e (L_e - 4M) = 76\text{mH}^2 = P$$

$S$  et  $P$  représentent respectivement la somme et le produit des racines d'une équation du second degré en  $L$  dont  $L_1$  et  $L_2$  sont solutions. Comme on suppose que  $L_1 > L_2$  il vient :

$$\boxed{L_1 = \frac{S}{2} + \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - P} = 10\text{mH}}$$

12. On obtient évidemment :

$$\boxed{L_2 = 7,6\text{mH}}$$

### Mécanique du solide.

13. La condition de roulement sans glissement de  $C$  sur  $S$  fixe dans le référentiel  $\mathcal{R}$ , supposé galiléen, s'écrit :

$$\mathbf{V}(I, C / \mathcal{R}) = \mathbf{V}(G, C / \mathcal{R}) + \boldsymbol{\omega}(C / \mathcal{R}) \wedge \mathbf{GI} = \mathbf{0}$$

avec :  $\mathbf{V}(G, C / \mathcal{R}) = \left(\frac{d\mathbf{OG}}{dt}\right)_{\mathcal{R}} = (R - a)\dot{\theta} \mathbf{e}_\theta$ ,  $\boldsymbol{\omega}(C / \mathcal{R}) = \dot{\phi} \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{GI} = a \mathbf{e}_r$ . Il en résulte que :

$$\dot{\phi} = \left( \frac{a-R}{a} \right) \dot{\theta}$$

14. Le moment cinétique de C en I dans  $\mathcal{R}$  est défini par :

$$\mathbf{L}(I, C / \mathcal{R}) = \mathbf{L}(G, C / \mathcal{R}) + m\mathbf{V}(G, C / \mathcal{R}) \wedge \mathbf{GI}$$

soit :

$$\mathbf{L}(I, C / \mathcal{R}) = \left[ \frac{1}{2} ma^2 \dot{\phi} - ma(R-a) \dot{\theta} \right] \mathbf{e}_z = \frac{3}{2} ma^2 \dot{\phi} \mathbf{e}_z = -\frac{3}{2} ma(R-a) \dot{\theta} \mathbf{e}_z$$

**Remarque.** Le mouvement de C est tangent à une rotation autour de l'axe  $(I, \mathbf{e}_z)$ . D'après le théorème d'Huygens le moment d'inertie de C par rapport à cet axe est :  $J' = J + ma^2 = \frac{3}{2} ma^2$ . Il

en résulte que :  $\mathbf{L}(I, C / \mathcal{R}) = J' \dot{\phi} \mathbf{e}_z = \frac{3}{2} ma^2 \dot{\phi} \mathbf{e}_z$ .

15. Contrairement à ce qu'affirme l'énoncé, le théorème du moment cinétique appliqué à C en I dans  $\mathcal{R}$  se traduit par :

$$\left( \frac{d\mathbf{L}(I, C / \mathcal{R})}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = m\mathbf{V}(G, C / \mathcal{R}) \wedge \mathbf{V}(I / \mathcal{R}) + \mathbf{M}_{\text{ext}}(I)$$

Toutefois, comme  $\mathbf{V}(I / \mathcal{R})$ , vitesse du **point géométrique** de contact dans  $\mathcal{R}$ , est parallèle à  $\mathbf{V}(G, C / \mathcal{R})$  car la distance  $\|\mathbf{GI}\|$  est constante on a  $\mathbf{V}(G, C / \mathcal{R}) \wedge \mathbf{V}(I / \mathcal{R}) = \mathbf{0}$ .

Par ailleurs,  $\mathbf{M}_{\text{ext}}(I) = \mathbf{IG} \wedge m\mathbf{g} = mga \sin \theta \mathbf{e}_z$  car la réaction  $\mathbf{R}$  du support s'applique en I.

L'équation différentielle en  $\theta$  du mouvement du cylindre est alors :

$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{3(R-a)} \sin \theta = 0$$

Au voisinage de la position d'équilibre stable,  $\theta_e = 0$ , du cylindre l'équation différentielle précédente se linéarise en :

$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{3(R-a)} \theta = 0$$

d'où la période des petites oscillations :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3(R-a)}{2g}}$$

16. Le théorème de la résultante dynamique (ou *théorème de la résultante cinétique*) appliqué à C dans  $\mathcal{R}$  nous donne :

$$m\mathbf{a}(G, C / \mathcal{R}) = m(R-a)(\ddot{\theta} \mathbf{e}_\theta - \dot{\theta}^2 \mathbf{e}_r) = \mathbf{N} + \mathbf{T} + m\mathbf{g}$$

On en déduit par projection respectivement selon  $\mathbf{e}_r$  et  $\mathbf{e}_\theta$  :

$$N = -mg \cos \theta - m(R-a)\dot{\theta}^2, \quad T = mg \sin \theta + m(R-a)\ddot{\theta} = \frac{1}{3} mg \sin \theta$$

Dans l'hypothèse des petits mouvements, au voisinage de  $\theta_e = 0$ ,  $\theta$  et  $\dot{\theta}$  sont des infiniment petits du même ordre. Si on néglige les termes d'ordre supérieur ou égal à deux il vient :

$$N \approx -mg$$

17. Et évidemment :

$$T \approx \frac{1}{3} mg\theta$$

### Mécanique des fluides : écoulement de Poiseuille cylindrique.

18. L'écoulement, stationnaire, étant incompressible on a  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$  soit  $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$  : le champ des vitesses est indépendant de  $z$ , donc  $\mathbf{v} = v(r)\mathbf{e}_z$ .

19. La résultante des forces de viscosité qui s'exercent sur le volume  $dV = 2\pi r dr dz$  de fluide considéré est :

$$\delta \mathbf{F}_v = \delta \mathbf{F}(r+dr) - \delta \mathbf{F}(r) = 2\pi\eta \left[ (r+dr) \left( \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right)_{r+dr} - r \left( \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right)_r \right] dz \mathbf{e}_z \approx \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right) dV \mathbf{e}_z$$

On en déduit la densité volumique des forces de viscosité :

$$\mathbf{f}_v = \frac{\delta \mathbf{F}_v}{dV} = \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right) \mathbf{e}_z$$

20. On néglige les forces de pesanteur. Pour que l'écoulement soit stationnaire il faut, qu'à chaque instant, les forces de pression équilibrent les forces de viscosité. Pour le volume  $dV$  de fluide considéré ceci se traduit par :

$$\delta \mathbf{F}_v + 2\pi [p(z) - p(z+dz)] r dr \mathbf{e}_z \approx \delta \mathbf{F}_v - 2\pi \frac{\partial p(z)}{\partial z} r dr dz \mathbf{e}_z = \mathbf{0}$$

On en déduit l'équation aux dérivées partielles liant la pression à la vitesse :

$$\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right) = \frac{\partial p(z)}{\partial z}$$

21. Cette équation ne peut être vérifiée que si chacun de ses membres est égal à la même constante  $K$ . Il en résulte que :  $p(z) = Kz + K'$ . Les constantes  $K$  et  $K'$  sont déterminées à l'aide des conditions aux limites  $p(0) = p_1$  et  $p(\ell) = p_2$ . En définitive :

$$p(z) = - \left( \frac{p_1 - p_2}{\ell} \right) z + p_1$$

22. La connaissance de  $p(z)$  conduit à  $\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right) = - \left( \frac{p_1 - p_2}{\ell} \right)$  qui s'intègre en :

$$v(r) = - \left( \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} \right) r^2 + A \ln r + B$$

Cette vitesse doit rester finie en tout point du fluide, en particulier sur l'axe  $z'$ , ce qui impose  $A = 0$ . Par ailleurs la condition d'adhérence,  $v(R) = 0$ , nous donne  $B = \left( \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} \right) R^2$ . En définitive :

$$v(r) = \left( \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} \right) (R^2 - r^2)$$

On est en présence d'un écoulement de **Poiseuille cylindrique**.

23. Le débit volumique du fluide est :

$$Q = \iint_S (v(r) \mathbf{e}_z) \cdot (dS \mathbf{e}_z) = \left( \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} \right) \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \left( \frac{p_1 - p_2}{8\eta\ell} \right) \pi R^4$$

### Optique géométrique : système catadioptrique.

24. On a  $A_0 = F_0 \xrightarrow{L} \infty \xrightarrow{M} \infty \xrightarrow{L} F_0 = A_{i1}$ , l'image est donc confondue avec l'objet, soit :

$$\overline{OA_{i1}} = \overline{OF_0} = -f'$$

Notons que si l'objet n'est pas ponctuel son image est renversée ( $G_t = -1$ ).

**Remarque.** Voir méthode d'autocollimation.

25.  $S$  est son propre conjugué dans le miroir  $M$  donc  $A_{02} \xrightarrow{L} S \xrightarrow{M} S \xrightarrow{L} A_{02} = A_{i2}$ . L'image est de nouveau confondue avec l'objet, soit :

$$\overline{OA_{i2}} = \overline{OA_{02}}$$

Si l'objet n'est pas ponctuel son image est droite ( $G_i = +1$ ).

Le système envisagé est, pour  $d \neq f'$ , équivalent à un miroir concave de centre  $\Gamma = F_0$  et de sommet  $\Sigma = A_{02}$  tel que  $\overline{O\Sigma} = \frac{df'}{f'-d}$ .

26. La formule de conjugaison de Descartes :

$$-\frac{1}{\overline{OA_{02}}} + \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f'}$$

avec  $\overline{OA_{02}} = \overline{OA_{i1}} + \overline{A_{i1}A_{02}} = -f' - \Delta$  et  $\overline{OS} = d$  nous conduit à l'équation du second degré en  $f'$  :

$$f'^2 + \Delta f' - \Delta d = 0$$

dont la seule solution physiquement acceptable, pour une lentille convergente, est :

$$\boxed{f' = \frac{-\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 4\Delta d}}{2} = 25\text{cm}}$$

27. L'objet est dans le plan **antiprincipal** objet de la lentille. On obtiendra une image définitive confondue avec l'objet et de même sens que lui si, simultanément :

- ◆ l'image intermédiaire se forme dans le plan principal du miroir concave ;
- ◆ le plan principal du miroir est confondu avec le plan antiprincipal image de la lentille.

Dans ce cas :

$$\boxed{\overline{OS} = d_1 = 2f'}$$

**Remarque.** On peut aussi dire que l'objet doit se situer dans le plan principal du miroir équivalent qui passe par son sommet  $\Sigma$ , soit :

$$-\frac{1}{\overline{O\Sigma}} + \frac{1}{\overline{OS}} = -\frac{1}{-2f'} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f'} \Rightarrow d_1 = 2f'$$

28. Dans ce cas l'image intermédiaire doit se former dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par le centre  $C$  du miroir (où sont confondus les points nodaux et les plans antiprincipaux du miroir). Ainsi :

$$\boxed{\overline{OS} = d_2 = 2f' + R = 100\text{cm}}$$

**Remarque.** On peut aussi dire que l'objet doit se trouver dans le plan passant par le centre  $\Gamma$  du miroir équivalent, soit :

$$-\frac{1}{\overline{O\Gamma}} + \frac{1}{\overline{OC}} = -\frac{1}{-2f'} + \frac{1}{d_2 - R} = \frac{1}{f'} \Rightarrow d_2 = 2f' + R$$

## Thermodynamique.

29. Le travail fourni par le piston est :  $W = -\int_1^F p_a dV = p_a (V_{2i} - V_{2f})$ . Or,  $p_a (V_1 + V_{2f}) = RT_f$ , d'où :

$$\boxed{W = p_a (V_{2i} + V_1) - RT_f}$$

30. Le premier principe de la thermodynamique et la première loi de Joule conduisent à écrire :

$$\Delta U = \frac{R}{\gamma-1} (T_f - T_i) = \frac{R}{\gamma-1} \left( T_f - \frac{p_a V_{2i}}{R} \right) = W = p_a V_{2i} \left( 1 + \frac{V_1}{V_{2i}} \right) - RT_f$$

car les parois du système sont adiabatiques. On en déduit la température finale du gaz :

$$\boxed{T_f = \frac{p_a V_{2i}}{R} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{V_1}{V_{2i}} \right)}$$

31. Si le piston vient en butée sur la cloison alors, pour une même température finale :

$$\frac{V_{1m}}{V_{2i}} = \frac{T_f}{T_i} = 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{V_{1m}}{V_{2i}}$$

d'où le volume du compartiment (1) :

$$V_{1m} = \gamma V_{2i}$$

32. Les parois du système étant adiabatiques il n'y a pas d'entropie échangée. L'entropie produite est égale à la variation d'entropie du gaz, soit :

$$S_p = \Delta S = \frac{R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + R \ln\left(\frac{V_{1m}}{V_{2i}}\right) = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \ln \gamma$$

33. Dans ce cas le travail fourni par le piston se réduit à  $W' = p_a V_{2i}$ . Un raisonnement identique à celui de la question 30 conduit à :

$$\Delta U' = \frac{R}{\gamma-1} \left( T'_f - \frac{p_a V_{2i}}{R} \right) = W' = p_a V_{2i}$$

d'où on déduit la température finale du gaz :

$$T'_f = \gamma \frac{p_a V_{2i}}{R}$$

34. On détermine la pression finale à partir de l'équation d'état d'un gaz parfait, soit :

$$p'_f = \frac{RT'_f}{V'_1} = \gamma \frac{p_a V_{2i}}{V'_1}$$

35. L'entropie créée est alors :

$$S'_p = \Delta S' = \frac{R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T'_f}{T_i}\right) + R \ln\left(\frac{V'_1}{V_{2i}}\right) = \frac{R}{\gamma-1} \ln \left[ \gamma \left( \frac{V'_1}{V_{2i}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

### Interaction tore/fil infini.

36. Les symétries du problème imposent  $\mathbf{B} = B(r)\mathbf{e}_\theta$  où  $r$  est la distance de l'axe du tore au point considéré. On applique le théorème d'Ampère sur un contour circulaire d'axe  $y'y$  et passant par le point  $P(x,y)$  du plan  $xOy$  à l'intérieur du tore. Il vient :

$$2\pi x B = \mu_0 NI$$

d'où :

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi x}$$

Notons que le champ magnétique est nul à l'extérieur du tore.

37. L'énergie électromagnétique de la bobine est définie par  $\mathcal{E}_{em} = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} dV$ . Il en résulte que :

$$\mathcal{E}_{em} = \frac{\mu_0 N^2 I^2}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-a/2}^{a/2} dz \int_{\rho-a/2}^{\rho+a/2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 N^2}{4\pi} a \ln\left(\frac{2\rho+a}{2\rho-a}\right) I^2$$

38. Si  $L$  est l'inductance propre de la bobine parcourue par le courant d'intensité  $I$  alors  $\mathcal{E}_{em} = \frac{1}{2} LI^2$ .

Compte tenu du résultat précédent on obtient :

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi} a \ln\left(\frac{2\rho+a}{2\rho-a}\right)$$

39. Le fil rectiligne infini, confondu avec l'axe  $y'y$ , parcouru par le courant d'intensité  $I_0$ , crée, à une distance  $x$  de l'axe, un champ magnétique orthoradial d'intensité  $B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x}$ . Le flux de ce champ à travers la bobine torique est :

$$\varphi = N \iint_S \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 N I_0}{2\pi} \int_{-a/2}^{a/2} dz \int_{\rho-a/2}^{\rho+a/2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 N a}{2\pi} \ln\left(\frac{2\rho+a}{2\rho-a}\right) I_0$$

On en déduit l'inductance mutuelle entre les deux circuits :

$$\boxed{M = \frac{\varphi}{I_0} = \frac{\mu_0 N a}{2\pi} \ln\left(\frac{2\rho+a}{2\rho-a}\right)}$$

**40.** Il apparaît, dans la bobine torique, une f.é.m. induite donnée par la loi de Faraday :

$$e(t) = -\frac{d\varphi(t)}{dt} = -L \frac{di(t)}{dt} - M \frac{di_0(t)}{dt}$$

Compte tenu que l'ensemble bobine/ampèremètre présente une résistance totale  $R$ , la loi d'Ohm nous conduit alors à l'équation différentielle :

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = MI_0 \omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Pour déterminer l'intensité du courant induit en régime établi à la pulsation  $\omega$  on peut utiliser le formalisme complexe. Il vient :

$$(R + jL\omega)\underline{i}(t) = -jMI_0\omega \exp(j\omega t)$$

On en déduit :

$$\boxed{\underline{i}(t) = \Re\{\underline{i}(t)\} = \frac{MI_0\omega}{R^2 + L^2\omega^2} [R \sin(\omega t) - L\omega \cos(\omega t)]}$$