ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2008**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve optionnelle obligatoire de PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
7 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE
DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de physique» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

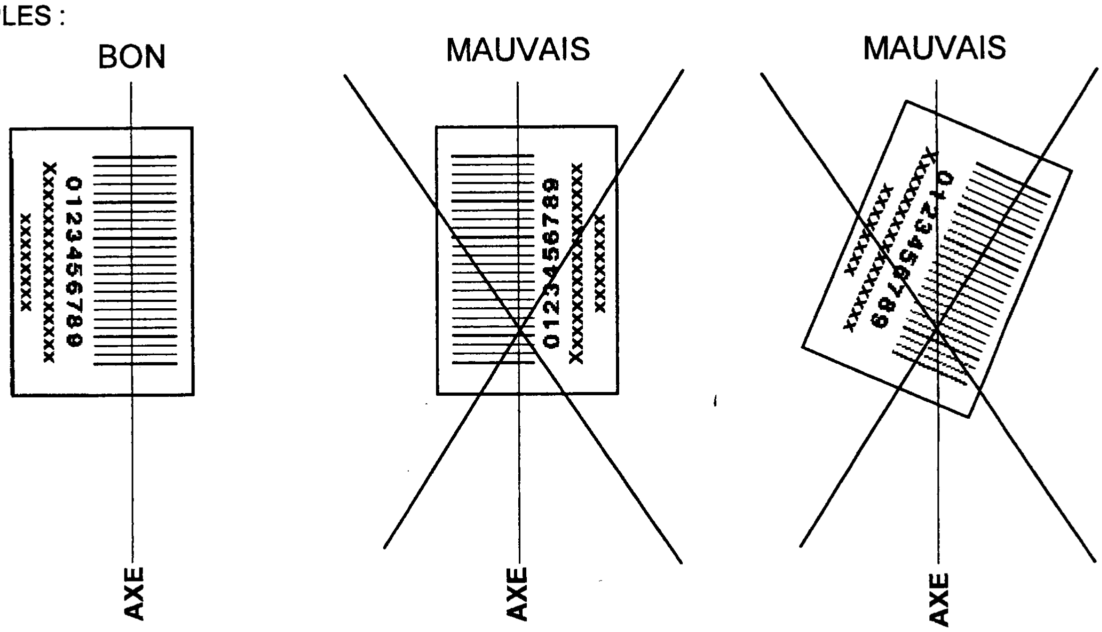
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne :
vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :
Pour une mole de gaz réel :
a) $\lim\limits_{P\to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

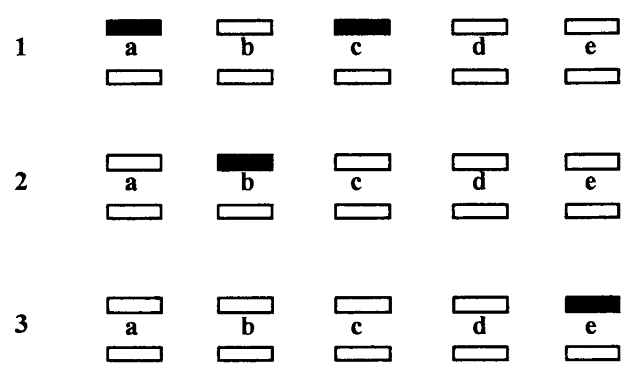
Exemple II : Question 2 :
Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ, la forme locale de la loi d'OHM est :

a) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ b) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ c) $\vec{E} = \sigma^2\vec{j}$ d) $\vec{j} = \sigma^2\vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \dfrac{T_2}{T_1}$
d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENT

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 – Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles (il est prudent d'éviter les arrondis – ou des arrondis peu précis – sur les résultats intermédiaires).

2 – Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment différentes de la valeur exacte pour que d'éventuelles différences d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

QUESTIONS LIEES

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

[8, 9, 10, 11, 12, 13]

[14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]

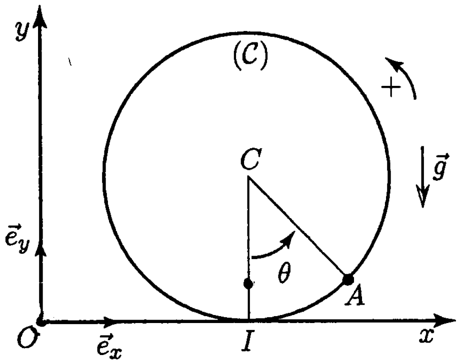
[21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]

[28, 29, 30, 31, 32, 33, 34]

[35, 36, 37, 38, 39, 40]

---

1. — Un cerceau homogène $(\mathcal{C})$ de masse m, de centre C et de rayon a roule sans glisser sur l'axe Ox d'un repère galiléen $\mathcal{R}(Oxyz)$ muni de la base orthonormée $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$. Le cerceau est astreint à se déplacer en restant dans le plan vertical yOx de $\mathcal{R}$. On désigne par I le point de contact du cerceau avec le sol, par A un point fixe du cerceau, par x l'abcisse instantanée de C, par $\theta = \widehat{CI, CA}$ l'angle orienté obtenu en amenant la droite CI sur la droite CA et par $\vec{g} = -g\vec{e}_y$ le champ d'accélération de la pesanteur. A l'instant $t = 0$, $x = 0$ et $\theta = 0$ (cf. figure ci-contre). Exprimer la relation entre x et θ.



A) $x = -a\theta$ B) $x = a\theta$
C) $x = -2a\theta$ D) $x = 2a\theta$

2. — En utilisant le théorème de Kœnig relatif à l'énergie cinétique, exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c(\mathcal{C})$ du cerceau dans $\mathcal{R}$ en fonction de $\mathrm{d}x/\,\mathrm{d}t$.

A) $\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = 2m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$ B) $\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$

C) $\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = \frac{m}{2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$ D) $\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = \frac{3m}{2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$

3. — Donner l'expression de la vitesse $\vec{v}_A$ du point A dans $\mathcal{R}(Oxyz)$ dans la base $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ de $\mathcal{R}$.

A) $\vec{v}_A = (1-\cos\theta)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_x - \sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_y$ B) $\vec{v}_A = (1-\sin\theta)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_x - \cos\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_y$

C) $\vec{v}_A = \cos\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_x + \sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_y$ D) $\vec{v}_A = \sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_x + (1-\cos\theta)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{e}_y$

4. — Un lest ponctuel de masse M est soudé au point A du cerceau. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c$ dans le repère $\mathcal{R}(Oxyz)$ du cerceau ainsi lesté.

A) $\mathcal{E}_c = 2m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M\cos\theta\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$ B) $\mathcal{E}_c = \frac{3m}{2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{M}{2}\sin\theta\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$

C) $\mathcal{E}_c = m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M(1-\cos\theta)\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$ D) $\mathcal{E}_c = m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M(1-\sin\theta)\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$

5. — Donner l'expression de la puissance $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{R}(Oxyz)$ du poids du lest.

A) $\mathcal{P} = -2Mg(1-\sin\theta)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ B) $\mathcal{P} = -Mg(1-\cos\theta)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

C) $\mathcal{P} = Mg\cos\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ D) $\mathcal{P} = Mg\sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

6. — On étudie les petits mouvements du cerceau lesté autour de sa position d'équilibre. Montrer qu'après linéarisation en considérant que $\theta \ll 1$, l'équation différentielle à laquelle obéit l'abcisse x du centre C du cerceau s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0$$

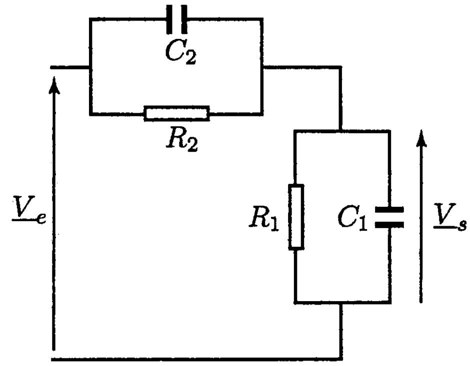
Exprimer ω_0.

A) $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mg}{ma}}$ B) $\omega_0 = \sqrt{\frac{3Mg}{2ma}}$ C) $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mg}{2ma}}$ D) $\omega_0 = \sqrt{\frac{2Mg}{3ma}}$

7. — Exprimer la composante horizontale R_T de la réaction du sol sur le cerceau lesté dans le cadre de l'approximation des petits mouvements.

A) $R_T = -\frac{Mg}{2a}x$ B) $R_T = \frac{(M+m)g}{a}x$ C) $R_T = -\frac{mg}{a}x$ D) $R_T = \frac{Mg}{a}x$

8. — On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-contre. On désigne respectivement par $v_e(t) = V_e \cos(\omega t)$ et $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \varphi)$ les valeurs instantanées des tensions d'entrée et de sortie et par $\underline{V}_e$ et $\underline{V}_s$ les amplitudes complexes associées. φ représente le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Montrer que l'on peut mettre la fonction de transfert $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ sous la forme :



$$\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{1 + A\left(\dfrac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}\right)}$$

Exprimer A.

A) $A = \dfrac{R_2}{R_1}$ B) $A = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$ C) $A = \dfrac{R_1}{R_2}$ D) $A = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$

9. — Exprimer ω_1.

A) $\omega_1 = \dfrac{1}{R_1 C_2}$ B) $\omega_1 = \dfrac{1}{R_1 C_1}$ C) $\omega_1 = \dfrac{1}{R_2 C_2}$ D) $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$

10. — Exprimer ω_2.

A) $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2 C_1}$ B) $\omega_2 = \dfrac{1}{R_1 C_1}$ C) $\omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$ D) $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2 C_2}$

11. — Quelle doit être la valeur de C_2 exprimée en fonction de R_1, R_2 et C_1 pour que le déphasage φ de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée soit nul ?

A) $C_2 = \dfrac{R_2}{R_1} C_1$ B) $C_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} C_1$ C) $C_2 = \dfrac{R_1}{R_2} C_1$ D) $C_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} C_1$

12. — Que vaut, dans ces conditions, la valeur instantanée $v_s(t)$ de la tension de sortie ?

A) $v_s(t) = \left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$ B) $v_s(t) = \left(\dfrac{R_1 + R_2}{R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$

C) $v_s(t) = \left(\dfrac{R_1}{R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$ D) $v_s(t) = \left(\dfrac{R_2}{R_1}\right) V_e \cos(\omega t)$

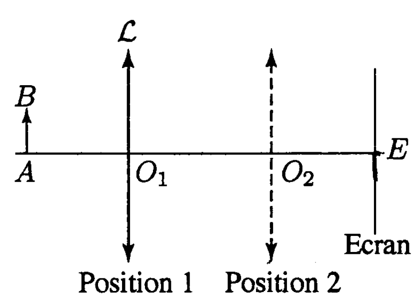
13. — On donne $R_1 = 1\ \mathrm{M\Omega}$ et $C_1 = 1$ nF. On désire de plus que l'amplitude de la tension de sortie soit atténuée dans un rapport $\dfrac{1}{10}$ par rapport à l'amplitude de la tension d'entrée : $\dfrac{V_s}{V_e} = \dfrac{1}{10}$.
Calculer R_2 et C_2

A) $R_2 = 10\ \mathrm{M\Omega}$ $C_2 = 10$ pF B) $R_2 = 11\ \mathrm{M\Omega}$ $C_2 = \dfrac{1}{11}$ nF

C) $R_2 = 0{,}1\ \mathrm{M\Omega}$ $C_2 = 10$ nF D) $R_2 = 9\ \mathrm{M\Omega}$ $C_2 = \dfrac{1}{9}$ nF

---

14. — On utilise une lentille mince *convergente* $\mathcal{L}$ de distance focale image f', pour former l'image d'un objet $\overline{AB}$ sur un écran situé à une distance $\overline{AE} = D = 1$ m de l'objet. Montrer que si D est supérieure à une valeur D_0 que l'on exprimera, il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette sur l'écran (cf. figure ci-contre).



A) $D_0 = 3f'$ B) $D_0 = 2f'$
C) $D_0 = f'$ D) $D_0 = 4f'$

15. — Ces deux positions sont séparées par une distance $d = |\overline{O_1 O_2}|$ qui vaut 529 mm. Calculer la distance focale f' de la lentille.

A) $f' = 180$ mm B) $f' = 150$ mm

C) $f' = 100$ mm D) $f' = 250$ mm

16. — Calculer les grandissements transversaux G_1 et G_2 de $\mathcal{L}$ correspondant à ces deux positions.

A) $G_1 = -7,33$ et $G_2 = 0,14$ B) $G_1 = -3,25$ et $G_2 = -0,31$

C) $G_1 = -1,47$ et $G_2 = -0,68$ D) $G_1 = -4,75$ et $G_2 = -0,21$

17. — On fait varier la distance D de l'objet à l'écran tout en réglant la position de la lentille jusqu'à ce que $G_1 = G_2 = -1$. Calculer la valeur d_0 de d qui sépare les deux positions de la lentille.

A) $d_0 = 180$ mm B) $d_0 = 90$ mm C) $d_0 = 0$ mm D) $d_0 = 720$ mm

18. — Calculer la valeur D_0 de D qui correspond à cette situation.

A) $D_0 = 640$ mm B) $D_0 = 720$ mm C) $D_0 = 180$ mm D) $D_0 = 90$ mm

19. — On remplace la lentille $\mathcal{L}$ par une lentille mince *divergente* $\mathcal{L}'$ de distance focale image $f_1' = -100$ mm. On replace l'écran à une distance $D = 1$ m de l'objet. Calculer la distance d_1 qui sépare les deux positions pour lesquelles l'image sur l'écran est nette.

A) Il n'existe aucune position de la lentille $\mathcal{L}'$ pour laquelle l'image sur l'écran est nette

B) $d_1 = 190$ mm

C) $d_1 = 720$ mm

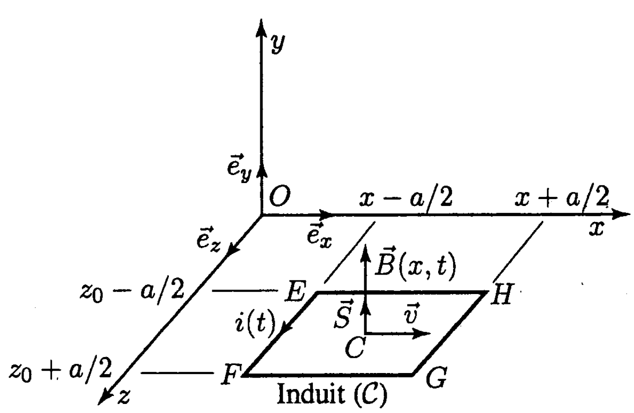
D) $d_1 = 820$ mm

20. — Une lentille mince *convergente* $\mathcal{L}_0$ de centre optique O et de distance focale image f_0' connue donne d'un objet $\overline{AB}$ situé à l'infini une image $\overline{A'B'}$ située à une distance $\overline{OA'} = \Delta$ de O. On place une lentille mince $\mathcal{L}'$ de centre optique O' et de distance focale image f_i' inconnue *en avant* de la lentille $\mathcal{L}_0$ à une distance $\overline{O'O} = \Delta$ de O. On constate un déplacement de l'image A' en A''. Exprimer f_i' en fonction du déplacement $\delta = \overline{A'A''}$ de l'image et de f_0'.

A) $f_i' = -\dfrac{\delta^2}{f_0'}$ B) $f_i' = \dfrac{f_0'^2}{2\delta}$ C) $f_i' = \dfrac{2\delta^2}{f_0'}$ D) $f_i' = -\dfrac{f_0'^2}{\delta}$

---

21. — L'induit $(\mathcal{C})$ d'un moteur linéaire est constitué de N spires conductrices filiformes carrées identiques de coté a, pouvant se déplacer dans un repère galiléen $\mathcal{R}(Oxyz)$ muni d'une base orthonormée $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$. Ce cadre, de vecteur surface $\vec{S} = a^2\vec{e}_y$ est astreint à se mouvoir dans le plan xOz de $\mathcal{R}$ de façon à ce que les côtés EH et EF restent parallèles aux axes Ox et Oz respectivement. Le centre $C(x, 0, z_0)$, de coordonnées $x, 0, z_0$, est animé, *en régime établi*, d'un mouvement *rectiligne* suivant la droite $z = z_0$ *et uniforme* de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, où v peut prendre des valeurs positives ou négatives (cf. figure ci-contre).
Exprimer la loi d'évolution de l'abscisse x du centre C du cadre en fonction du temps sachant qu'à l'instant $t = 0$ où l'on peut considérer que le régime de fonctionnement est établi, C se trouve sur l'axe Oz.



A) $x = 2vt$ B) $x = \dfrac{vt}{2}$ C) $x = \dfrac{2vt}{3}$ D) $x = vt$

22. — Le cadre est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ dont la valeur *au point de coordonnées* $x, 0, z_0$ *où se trouve le centre* C *de l'induit à cet instant*, s'écrit :

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right)\vec{e}_y$$

où λ est une longueur caractéristique constante et ω_0 est une pulsation constante. Les variables x et t *étant liées*, montrer que le flux Φ du champ magnétique à travers le cadre peut s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps t :

$$\Phi = \Phi_0 \cos[(\omega - \omega_0)t]$$

où ω et Φ_0 sont des constantes que l'on explicitera. On suppose $a \ll \lambda$ de sorte que l'on peut considérer, *pour ce calcul seulement*, que le champ magnétique est uniforme sur toute la surface de l'induit.

A) $\Phi_0 = NB_0a^2$ et $\omega = \dfrac{2\pi v}{\lambda}$

B) $\Phi_0 = B_0a^2$ et $\omega = \dfrac{\pi v}{\lambda N}$

C) $\Phi_0 = \dfrac{B_0a^2}{N}$ et $\omega = \dfrac{v}{2\pi\lambda}$

D) $\Phi_0 = 2NB_0a^2$ et $\omega = \dfrac{v}{\lambda}$

23. — Calculer la force électromotrice $e(t)$ induite dans le cadre en fonction de Φ_0, ω et ω_0.

A) $e(t) = \Phi_0(\omega - \omega_0)\cos(\omega - \omega_0)t$

B) $e(t) = \Phi_0\omega\cos(\omega - \omega_0)t$

C) $e(t) = \Phi_0(\omega - \omega_0)\sin(\omega - \omega_0)t$

D) $e(t) = \Phi_0\omega\sin(\omega - \omega_0)t$

24. — Le cadre présente une résistance R et un cœfficient d'inductance propre L. Montrer que le courant instantané $i(t)$ qui circule dans l'induit dans le sens indiqué sur le schéma de la figure ci-dessus s'écrit, *en régime établi* :

$$i(x,t) = I_0 \sin[(\omega - \omega_0)t + \psi_0]$$

Exprimer I_0 et $\tan\psi_0$ en fonction de R, L, ω et ω_0.

A) $I_0 = \dfrac{\Phi_0(\omega - \omega_0)}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}}$ et $\tan\psi_0 = -\dfrac{L(\omega - \omega_0)}{R}$

B) $I_0 = \dfrac{\omega}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}}$ et $\tan\psi_0 = \dfrac{L\omega}{R}$

C) $I_0 = \dfrac{\Phi_0\omega_0}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}}$ et $\tan\psi_0 = -\dfrac{R}{L(\omega - \omega_0)}$

D) $I_0 = \dfrac{(\omega - \omega_0)^2}{R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2}$ et $\tan\psi_0 = \dfrac{R}{L\omega_0}$

25. — Pour calculer la résultante des forces qui s'exercent sur l'induit, on considére à nouveau le champ magnétique comme une fonction des variables liées x et t. Montrer que la force résultante instantanée qui s'exerce sur l'induit peut alors s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps t :

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin[(\omega - \omega_0)t].\sin[(\omega - \omega_0)t + \psi_0]\vec{e}_x$$

Exprimer F_0 en fonction de I_0, Φ_0 et λ.

A) $F_0 = \dfrac{\pi}{\lambda}\Phi_0 I_0$

B) $F_0 = -\dfrac{\lambda}{2\pi}\Phi_0 I_0$

C) $F_0 = \dfrac{\pi I_0}{\lambda\Phi_0}$

D) $F_0 = -\dfrac{2\pi}{\lambda}\Phi_0 I_0$

26. — Montrer que la valeur moyenne temporelle $\langle F\rangle$ de $F(t)$ calculée sur une période peut s'écrire : $\langle F\rangle = F_1\cos\psi_0$ Donner l'expression de F_1 en fonction de I_0, Φ_0 et λ.

A) $F_1 = \dfrac{\pi}{2\lambda}\Phi_0 I_0$

B) $F_1 = -\dfrac{\pi}{\lambda}\Phi_0 I_0$

C) $F_1 = -\dfrac{\lambda}{2\pi}\Phi_0 I_0$

D) $F_1 = \dfrac{\pi I_0}{2\lambda\Phi_0}$

27. — Exprimer $\cos\psi_0$ en fonction de R, L, ω et ω_0.

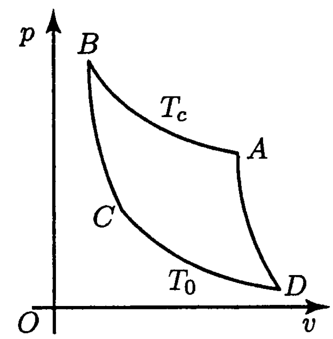
A) $\cos\psi_0 = \dfrac{R}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}}$ B) $\cos\psi_0 = \dfrac{L\omega}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}}$

C) $\cos\psi_0 = \dfrac{R}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}}$ D) $\cos\psi_0 = \dfrac{L(\omega - \omega_0)}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}}$

---

28. — Le fluide d'une pompe à chaleur décrit de façon *réversible* un cycle de Carnot composé :

- d'une compression isotherme AB au cours de laquelle le fluide échange une quantité de chaleur algébrique δQ_c avec une source chaude constituée par l'air d'une pièce de capacité thermique totale C que l'on désire chauffer et dont la température à l'instant t est $T_c(t)$,
- d'une détente adiabatique BC qui ramène la température du fluide à la température constante T_0 de la source froide constitué par l'air extérieur à la pièce,
- d'une détente isotherme CD au cours de laquelle le fluide échange la quantité de chaleur algébrique δQ_0 avec l'air extérieur à la pièce à la température constante T_0,
- d'une compression adiabatique DA qui ramène la température du fluide à la température $T_c(t)$ de la source chaude,



On peut considérer que la température $T_c(t)$ de la source chaude reste constante au cours de la compression isotherme AB et qu'elle augmente de dT_c à chaque cycle de durée dt. On désigne par $\delta W > 0$ le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle.

Exprimer l'efficacité thermique $\eta(t)$ de la pompe à chaleur définie par le rapport : $\eta = -\dfrac{\delta Q_c}{\delta W}$.

A) $\eta(t) = \dfrac{T_0}{T_c(t) - T_0}$ B) $\eta(t) = \dfrac{T_0 - T_c(t)}{T_c(t)}$ C) $\eta(t) = \dfrac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0}$ D) $\eta(t) = \dfrac{T_0 - T_c(t)}{T_0}$

29. — On suppose, dans un premier temps, que la pièce est thermiquement isolée de l'extérieur et que sa température initiale est $T_c(0) = T_0$. On désigne par $\mathcal{P} = \dfrac{\delta W}{dt}$ la puissance mécanique *constante* fournie au fluide. Exprimer l'intervalle de temps t_0 pendant lequel la pompe doit fonctionner pour que l'air de la pièce atteigne la température $T_1 = T_c(t_0)$.

A) $t_0 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_1 - T_0 - T_0 \ln\dfrac{T_1}{T_0}\right)$ B) $t_0 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_0 \ln\dfrac{T_1}{T_0}\right)$

C) $t_0 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_1 - T_0 \ln\dfrac{T_0}{T_1}\right)$ D) $t_0 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(T_0 - T_1 \ln\dfrac{T_1}{T_0}\right)$

30. — La pompe à chaleur est arrêtée et la puissance $\mathcal{P}$ est fournie *sous forme électrique* à la résistance chauffante, de capacité thermique négligeable, d'un radiateur électrique.

Calculer l'intervalle de temps t_1 nécessaire pour que la pièce, initialement à la température T_0 atteigne la température T_1.

A) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\left(\dfrac{T_1 - T_0}{2}\right)$ B) $t_1 = \dfrac{C}{\mathcal{P}}\dfrac{(T_1 - T_0)^2}{(T_1 + T_0)}$

C) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}}\left(\frac{T_1+T_0}{2}\right)$ D) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}}(T_1 - T_0)$

31. — Calculer le gain de temps $\Delta t = t_1 - t_0$ que l'on obtient en utilisant une pompe à chaleur plutôt qu'un radiateur électrique. On donne : $T_0 = 283$ K, $T_1 = 291$ K et le rapport $\frac{\mathcal{P}}{C} = 98.10^{-6}$ K.s^{-1}

A) $\Delta t = 2,2.10^4$ s B) $\Delta t = 80,5.10^3$ s C) $t = 3,8.10^3$ s D) $t = 1,3.10^3$ s

32. — On suppose maintenant que la pièce présente une fuite thermique et que, lorsque sa température à l'instant t est $T_c(t)$, elle échange avec l'extérieur, pendant l'intervalle de temps dt, une quantité de chaleur :

$$\delta Q = -kC[T_c(t) - T_0]\,\mathrm{d}t$$

où k est une constante.

La pompe est arrêtée lorsque la température de la pièce vaut $T_c = 288$ K. Si $T_0 = 283$ K, la température de la pièce chute alors de 1 K au bout de 3 heures. Calculer k.

A) $k = 12,5.10^{-4}$ s^{-1} B) $k = 20,1.10^{-4}$ s^{-1} C) $k = 17,3.10^{-4}$ s^{-1} D) $k = 0,2.10^{-4}$ s^{-1}

33. — Montrer que la température limite T_{l_1} atteinte dans la pièce *lorsque la pompe fonctionne* et que le régime permanent est établi, se déduit de la relation :

$$T_{l_1}^2 - 2AT_{l_1} + T_0^2 = 0$$

Exprimer A.

A) $A = T_0 + \frac{2\mathcal{P}}{kC}$ B) $A = T_0 + \frac{\mathcal{P}}{2kC}$

C) $A = T_0 - \frac{\mathcal{P}}{kC}$ D) $A = T_0 - \frac{2\mathcal{P}}{kC}$

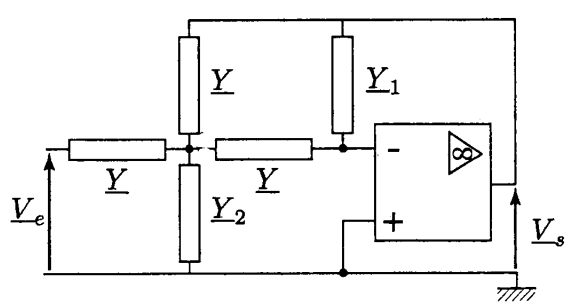
34. — Exprimer la température limite T_{l_2} atteinte dans la pièce lorsque la pompe est remplacée par un *radiateur électrique* recevant, sous forme électrique, la même puissance $\mathcal{P}$ que la pompe à chaleur.

A) $T_{l_2} = 288$ K B) $T_{l_2} = 292$ K

C) $T_{l_2} = 320$ K D) $T_{l_2} = 327$ K

---

35. — Dans le montage de la figure ci-contre l'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire. Le circuit est alimenté à l'entrée par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude complexe $\underline{V}_e$. On désigne par $\underline{V}_s$ l'amplitude complexe de la tension prélevée sur la borne de sortie de l'amplificateur opérationnel. Les éléments passifs qui constituent le reste du circuit sont caractérisés par leurs *admitances* respectives $\underline{Y}$, $\underline{Y}_1$ et $\underline{Y}_2$ (cf. figure ci-contre).



Exprimer la fonction de transfert $\underline{T} = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ de ce filtre en fonction des *admittances* $\underline{Y}$, $\underline{Y}_1$ et $\underline{Y}_2$.

A) $\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}} + \frac{\underline{Y}_1\underline{Y}_2}{\underline{Y}^2}}$ B) $\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}}{\underline{Y}_2} + \frac{\underline{Y}\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1^2}}$

C) $\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1} + \frac{\underline{Y}^2}{\underline{Y}_1^2}}$ D) $\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}} + \frac{\underline{Y}_1\underline{Y}}{\underline{Y}_2^2}}$

36. — Les admittances $\underline{Y}$ sont celles de trois condensateurs identiques, de capacité C. Les admittances $\underline{Y}_1$ et $\underline{Y}_2$ sont des conductances pures de valeurs respectives $\frac{1}{R}$ et $\frac{\alpha}{R}$ où α est une constante positive. On pose $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $x = \frac{\omega_0}{\omega}$. Exprimer le module T de la fonction de transfert en fonction de x et de α.

A) $T = \dfrac{1}{\sqrt{(1-4\alpha x^2)^2 + x^2}}$ B) $T = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\alpha x^2)^2 + x^2}}$

C) $T = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\alpha x^2)^2 + 9x^2}}$ D) $T = \dfrac{1}{\sqrt{(1+\alpha x^2)^2 + 4x^2}}$

37. — Déterminer la valeur α_0 de α pour laquelle on peut écrire :

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_1/\omega)^4}}$$

A) $\alpha_0 = 9/2$ B) $\alpha_0 = 2$ C) $\alpha_0 = 1/8$ D) $\alpha_0 = 1/2$

38. — Exprimer ω_1.

A) $\omega_1 = \sqrt{2}\omega_0$ B) $\omega_1 = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{8}}$ C) $\omega_1 = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ D) $\omega_1 = \dfrac{3}{\sqrt{2}}\omega_0$

39. — On désigne par φ le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Exprimer $\tan\varphi$ en fonction de ω et ω_1 lorsque $\alpha = \alpha_0$.

A) $\tan\varphi = \dfrac{1}{1 - \frac{\omega_1}{\omega}}$ B) $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}}$

C) $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}}$ D) $\tan\varphi = \dfrac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}$

40. — Calculer la valeur ω_2 de la pulsation correspondant à une atténuation de la fonction de transfert de 40 dB par rapport à $T(\infty)$.

A) $\omega_2 = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ B) $\omega_2 = \dfrac{9\omega_0}{\sqrt{2}}$ C) $\omega_2 = \dfrac{2\omega_0}{\sqrt{3}}$ D) $\omega_2 = \dfrac{3\omega_0}{10\sqrt{2}}$
